ПРОЛЕТАРЫІ ЎСІХ КРАІН, ЗЛУЧАЙЦЕСЯ!

БССР
д. ІНСТЫТУТ

МЕТАДЫЧНЫ ЛІСТОК

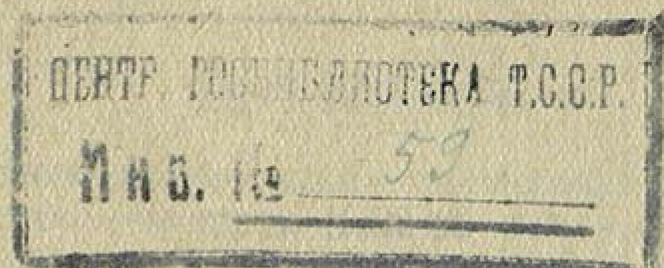
ШТОМЕСЯЧНЫ ОРГАН
ГОМЕЛЬСКАГА ДЗЯРЖАЎНАГА
ПЕДАГАГІЧНАГА ІНСТЫТУТА

№ 1

ГОМЕЛЬ. 1936 ГОД

ПРОЛЕТАРЫ ЎСІХ КРАІН, ЗЛУЧАЙЦЕСЯ!

НАРКОМАСВЕТЫ БССР
ГОМ. ДЗЯРЖ. ПЕД. ІНСТЫТУТ



МЕТАДЫЧНЫ ЛІСТОК

ШТОМЕСЯЧНЫ ОРГАН
ГОМЕЛЬСКАГА ДЗЯРЖАЎНАГА
ПЕДАГАГІЧНАГА ІНСТЫТУТА

№ 1

ГОМЕЛЬ, 1936 ГОД

ЗМЕСТ

Рэдкалегія: А. ВЯЛІЧКІН, І. МАРГОЛІН, Н. МІХАЛЕВІЧ

Упаўн. Галоўлітбела № 2752. Зак. № 4809—3 0 экз. Гомель, „Палесдрук"

АД РЭДАКЦЫІ

Перад кожным выкладчыкам пачатковай і сярэдняй школы стаіць задача—падняць якасць работы школы на вышыню, вартую эпохі пабудовы бяскласавага грамадства.

Барацьба за ўладанне педагагічным майстэрствам, якая разгарнулася за апошнія гады і асабліва зараз, у перыяд выканання вераснёўскіх гістарычных пастаноў ЦК ВКП(б) і СНК СССР аб школе, паставіла перад настаўніцтвам адказнейшыя задачы. Нарком асветы РСФСР тав. Бубноў так фармуліруе гэтыя задачы: „Паднімаючы свой ідэйна-палітычны і асветны ўзровень, усё болей і болей усебакова авалодваючы выкладаемым прадметам, удасканальваючы сваё педагагічнае ўменне, кожны настаўнік павінен настойліва дабівацца таго, каб выкладанне самых адцягненых ведаў вялося жыва, цікава і занімацельна, прыцягваючы матэрыял соцыялістычнага будаўніцтва, прывіваючы вучням уменне злучыць тэорыю з практыкай і развіваючы ў іх комуністычныя погляды“ (з загада т. Бубнова аб выхаваўчай рабоце).

Напружаная барацьба за якасць вучобы прымусіла перадавое настаўніцтва мабілізаваць свой багаты вопыт і стымулявала педагагічную творчасць у мэтах лепшай пастаноўкі педагагічнага працэса школы.

Усё шырэй і глыбей разгортваецца метадычная работа па школах нашай ордэнаноснай рэспублікі. БССР з'яўляецца яскравым паказальнікам таго, як настаўніцтва ў адказ на апошняе рашэнне партыі і ўрада ўзялося за авалодванне лепшымі метадамі школьнай працы. Але ёсць цяжкія пытанні ў рабоце выкладчыка пачатковай і сярэдняй школы, дзе ён мае патрэбу ў кваліфікаванай дапамозе і, у першую чаргу, у дапамозе педвуза.

Гомельскі педагагічны ін-т абавязан і можа аказаць гэтую дапамогу выкладчыку. Друкуемы орган Ін-та павінен з'явіцца адной з дзейсных форм гэтай дапамогі. Артыкулы, метадычныя заметкі, якія будуць змяшчацца ў зборніках, дадуць асвятленне некаторых найбольш цяжкіх і актуальных пытанняў выхавання і выкладання, дапамагаючы выкладчыку азнаёміцца з лепшымі сучаснымі тлумачэннямі гэтых пытанняў.

Рэдакцыя звяртаецца з просьбай да сваіх чытачоў актыўна садзейнічаць лепшай пастаноўцы лістка. Мы рэкамен-

дуем наступныя формы дапамогі: калектыўнае абгаварэнне зместу нумароў лісткоў з фіксацыяй заўваг, абгаварэнне плана выпуску лісткоў.

Рэдакцыя лічыць мэтазгодным змяшчэнне ў лістках матэрыялаў настаўніцтва, канспекты і планы лекцый, работы габінета, школ, вопыт выхаваўчай працы і г. д., як вопыт лепшых педагогаў.

Рэдакцыя разумее складанасць працы, сазнае, што стварыць баявы орган—лісток актуальнай метадычнай дапамогі немагчыма без сталай сувязі і дапамогі шырокіх мас настаўніцтва.

Праф. І. Страхаў

Аб разумовай працы настаўніка

Правільная арганізацыя працы настаўніка прадстаўляецца важнай як у педагагічных, так і ў гігіенічных адносінах. Настаўніцкая праца пры няправільнай яе арганізацыі можа прывесці да цэлага раду прафесійных захворванняў, такіх у даным выпадку, як хваробы дыхацельных органаў, блізарукасць, неўрастэнія і інш. Даныя аб псіхалогіі разумовай працы настаўніка ва ўмовах школы і хатняй работы, безумоўна, могуць спрыяць падняццю эфектыўнасці працы настаўніка і захаванню і ўмацаванню яго здароўя.

Перш за ўсё, патрэбна ўказаць на неабходнасць строгага захавання санітарна-гігіенічных правіл утрымання хатняга рабочага пакою (адбіты свет дастатковай сілы, нармальная тэмпература, праветрыванне пакою, адсутнасць вільгаці). У рабочым пакоі належыць наладзіць спецыяльнае месца для заняткаў, задавальняючае патрабаванням нармальнага палажэння арганізма за работай (прамая пасадка, вольнае датыканне ступнямі падлогі, вольнае трыманне рук на крышцы стала, наяўнасць спінкі ў стуле і г. д.). Усе неабходныя сродкі і матэрыялы работы, розныя тэхнічныя прыстасаванні (паліцы, скрынкі, пішучыя прылады, справачнікі, справы і кнігі) павінны знаходзіцца на пэўным месцы, у парадку і ў поўнай прыгоднасці да карыстання ў час работы. Усе гэтыя ўмовы, безумоўна, спрыяюць хуткаму ўзнікненню рабочага настрою ў пачатку і на працягу ўсёй работы і з'яўляюцца фактарамі барацьбы са зморанасцю і стомленасцю, узнікаючымі ў выніку гэтых умоў.

Арганізацыя ўмоў хатняй работы выражаецца таксама ва ўстанаўленні поўнага сутачнага рэгламента. Гэты рэгламент зводзіцца, перш за ўсё, да правядзення ў жыццё строгай дыферэнцыроўкі паміж усімі відамі паводзін—работай, адпачынкам, сном, харчаваннем і т. д. Правільнае чаргаванне гэтых відаў паводзін будзе ствараць паглыбленасць у выкананні таго ці іншага працэса. Толькі пры такім расчляненні можна ўнікнуць ад непатрэбных адхіленняў у час работы, напрыклад, пабочных разгавораў, частай змены паміж заняткамі ці, што яшчэ горш, адначасовага выканання такіх аперацый, як, напрыклад, яды і чытання. Устанаўленне сутачнага раскладу лепш за ўсё засноўваць на прынятай у нашых школах 6 і 7-дзённага тыдня рэгламентацыі хатняй

работы, паколькі тыдзень з'яўляецца своеасаблівай непарыўна паўтараючайся адзінкай падзелу часу. Пры складанні гэтага раскладу варта ўстанавіць перыядычнасць і роўнамернасць размеркавання розных заняткаў. Мэтазгодна больш цяжкія віды работы пачынаць спачатку і толькі пасля гэтага пераходзіць да больш лёгкай работы, як напрыклад, перапіска матэрыялу, паўтарэнне, якія-небудзь чыста механічныя аперацыі і т. п. Мэтазгодна таксама перамяжоўваць адзін від работы другім, не дапускаючы, аднак, частай змены заняткаў, напрыклад, у адзін і той-жа вечар.

Рэгламентацыя хатняй работы павінна ўстанаўлівацца кожным работнікам з улікам яго асабовых асаблівасцей, як работніка. У гэтых адносінах кожны настаўнік павінен вывучаць сваю крывую работы, г. зн. працяканне свайго рабочага працэса ў часе ў адносінах аптымальнай прадоўжанасці сваёй працаздольнасці, вышыні прадукцыйнасці работы пры ўмове нармальнага здаровага самаадчування і рабочага настрою. У гэтай-жа сувязі выражаецца і пытанне аб перапынках у сваёй хатняй рабоце. Індывідуальныя асаблівасці работнікаў даўно ўжо вывучаліся ў эксперыментальнай псіхалогіі, з пункту погляду выдзялення тыпаў індывідуальных асаблівасцей у рабоце. Можна адзначыць, напрыклад, тып работніка, зразу-ж пасля пачатку работы хутка набываючага ўстаноўку паглыбленай работы і работаючага з высокай прадукцыйнасцю, але маючага патрэбу ў частых перапынках у рабоце. Вядомы таксама тып работніка з параўнаўча невысокай прадукцыйнасцю, але працяжнай і роўнай р а б о т а й. Адзначаліся тыпы работнікаў няроўнай скачучай крывой і т. п.

Патрэбна, аднак, мець на ўвазе, што вывучаць тып сваёй работы—гэта не значыць проста канстатаваць наяўнасць формы і прыёмы работы. Апошнія могуць быць нетыповымі ў тых адносінах, што былі набыты ва ўмовах, не патрабуючых напружання ў рабоце, замацаваліся як аўтаматычныя звычкі і іменна ў сілу такой звычкі работнік думае, што наяўныя прыёмы яго работы і з'яўляюцца наогул тыповымі для яго, у той час як у сапраўднасці, пры ўмове далейшай культуры сваёй работы, дзейнасць данага работніка аказалася-б больш працаёмкай, і пры тым без паніжэння якаснасці работы. Так, напрыклад, хуткасць працэсаў чытання і пісьма можа быць павышана, калі з кожным новым чытаннем і пісьмом працуючы будзе імкнуцца паскорыць сваю работу (чытанне пра сябе, больш моцнае сканцэнтроўванне ўвагі на рабоце, чытанне з імкненнем у адзіным полі зроку ахапіць большую колькасць слоў радка, культываванне свайго почарка і т. п.). Такая культура сваёй работы, зразумела, дасягаецца не адразу, а ў выніку штодзённай настойлівай работы ў гэтых адносінах. Разам з гэтым, патрэбна мець на ўвазе і тую

акалічнасць, што існуе вядомы прэдзел паскарэння работы, далей якога гэтае паскарэнне будзе звязана з паніжэннем разумення вывучаемага матэрыялу. У той-жа час патрэбна адзначыць, што і замаруджаны тэмп работы цягне паніжэнне разумення, бязуважлівасць і т. д. І наадварот, хуткі тэмп работы, у межах індывідуальных псіха-фізіялагічных магчымасцей, з'яўляецца ўмовай лепшага разумення прадмета работы.

У звязку з гэтым трэба ўлічыць, што існуе вялікая колькасць фактараў, якія спрыяюць паніжэнню прадукцыйнасці работы. Важнейшым такім фактарам з'яўляецца недастаткова высокае агульна-культурнае развіццё работніка, недастатковыя падрыхтоўчыя веды для таго, каб добра разумець даны прадмет, недастатковы запас слоў і паняццяў, цяжкасці ў разуменні складанай навуковай тэрміналогіі і т. д. Для настаўніка і яго работы адмоўнае значэнне гэтых фактараў сказваецца амаль не больш рэзка, чым для іншых відаў спецыяльнай работы. А таму культура разумовай працы настаўніка—гэта, перш за ўсё, работа над яго агульнакультурнай і спецыяльнай падрыхтоўкай, накапленне і сістэматызацыя канкрэтных ведаў, тэарэтычная культура мыслі, сістэматычная паслядоўнасць у вывучэнні розных частак сваей спецыяльнасці.

Другім важнейшым фактарам, паніжаючым прадукцыйнасць работы, з'яўляецца слабае развіццё навыкаў вучэбна-адукацыйнай работы, напрыклад, няўменне разабрацца ў тэхнічных элементах кнігі, няўменне зразумець істотнае ў кнізе, прасачыць за ходам думак аўтара, няўменне выдзеліць з кнігі іменна тое, што неабходна для мэты данага чытання, несур'ёзнае „лёгкае" чытанне сур'ёзнай кнігі, няўменне зразумець кнігу пасля сур'ёзнага аднаразовага чытання, а чытанне кнігі некалькі раз і пры гэтым без змянення характара праработкі кнігі і т. д. Неабходна дабівацца таго, каб аднаразовая сур'ёзная праработка данай кнігі давала максімум ведаў, а паўтарэнне чытання ўсякі раз вытваралася-б з якой-небудзь больш спецыялізаванай мэтай, са змяненнем як напрамку, так і тэхнікі чытання кнігі.

Трэці важнейшы фактар паніжэння прадукцыйнасці—гэта недастатковая і няправільная арганізацыя сваёй хатняй работы ў адносінах пералічаных вышэй патрабаванняў гэтай арганізацыі. У асаблівасці адмоўны ўплыў аказвае недастаткова энергічная работа з непатрэбнымі адхіленнямі, работа без усякай рэгламентацыі яе ў часе ў сэнсе назначэння тэрмінаў яе выканання, адкладванне важнай і цяжкай работы і завальванне пачатку работы ўсякага роду механічнай работай, непатрэбнай перапіскай, заняткі з якімі-небудзь другараднымі аб'ектамі работы на шкоду асноўным і т. п. Шкодна ўплываюць на работу таксама кепскі

стан тэхнічных прыстасаванняў работы пішучых прылад' паперы, адсутнасць пад рукамі неабходных даведнікаў' кепскі стан і беспарадачнасць сваіх папярэдніх запісаў і г. д. Не менш адмоўным з'яўляецца правядзенне работы пад знакам упартага педантызму, механічна жорсткай рэгуліроўкі гадзін хатніх заняткаў, не лічачыся з нарастаючай зморанасцю, ці загружанасцю заняткамі за лік змяншэння гадзін сна і адпачынку, без дастатковага ўліку індывідуальных магчымасцей сваёй работы, парушэнне правільнага чаргавання розных відаў заняткаў, цяжкая нагрузка адразу-ж пасля хваробы без дастатковага аднаўлення сіл і т. п.

Нарэшце адмоўна ўплывае на прадукцыйнасць работы няўменне правільна і грунтоўна фіксаваць вывучаемы матэрыял. Пры хатняй рабоце над кнігай, пры слуханні лекцый, пры выкладанні свайго прадмета—усюды маецца настойлівая патрэба ў розных формах запісаў. Форма запісу вызначаецца мэтаю кожнай данай работы. Ва ўсякім разе, настаўніку добра павінны быць вядомы тры асноўныя формы фіксацыі вывучаемага матэрыялу: канспект кніг (а таксама лекцый), рабочыя запісы і зводныя запісы. Проста спадзявацца на сваю памяць і не весці ніякіх запісаў ні ў якім выпадку не варта. Памяць тады будзе вельмі загружана і многае будзе амальзусім забыта ці адноўлена не точна. Разам з гэтым, запісы не аслабаняюць нас ад запамінання, а з'яўляюцца дапаможнымі сродкамі пры паўтарэнні. Было-б, сапраўды, вельмі кепска калі-б быў рэзкі разрыў паміж запісамі і запамінаннем; у такім разе згуба запісаў азначала-б поўную немагчымасць аднаўлення данага матэрыялу па памяці. Запісы, апрача паказанага іх значэння, спрыяюць больш уважлівай рабоце над кнігай, уважліваму слуханню лекцый, павышаюць слоўна-лагічную работу нашага мышлення.

Неабходна адзначыць, што форма і тэхніка вядзення запісаў — гэта вялікае пытанне, якое кожны настаўнік павінен прадумаць. І тут вялікае значэнне мае агульная разумовая культура работніка. Праблему канспектавання таму трэба ставіць у бліжэйшую сувязь з праблемай педагогікі мышлення. Аднак, маюць значэнне і некаторыя тэхнічныя правілы, аб якіх тут коратка скажам.

Перад слуханнем лекцыі вялікую каштоўнасць мае знаёмства хаця-б з яе асноўным планам. Такое знаёмства дазваляе лёгка зразумець ход мыслей лектара і аб'ём матэрыялу, выкладаемага ў лекцыі. Вялікую карысць прыносіць таксама вывучэнне самага лектара, асаблівасцей яго мовы і ўсяго трымання на лекцыі. Самы працэс слухання лекцыі таксама прадстаўляе важную педагагічную праблему. Культурнае слуханне—гэта перш за ўсё разуменне лекцыі ў яе цэлым і разам з тым раздзельнае яе разуменне ў адносінах прынцыпаў і тэорый, прыкладаў і ілюстрацый, вопытаў і прак-

тычных вывадаў, асноўных і другарадных думак, прамых і ўскосных доказаў і т. п. Пры канспектаванні лекцыі зусім не патрабуецца поўнае яе запісванне, а фіксацыя асноўнага зместу і прытым уласнымі словамі. Для зручнасці наступнай праработкі канспекта неабходна напісаць яго ў такой форме, каб у далейшым лёгка можна было аднавіць паслядоўнасць у выкладанні матэрыялу і важнейшыя палажэнні ці факты лекцыі. У гэтых адносінах карысным прыёмам з'яўляецца змест канспекта ўжо ў момант яго напісання, нумарацыя тых ці іншых думак і г. д. У далейшай рабоце канспекты могуць іграць аграмадную ролю, аднак, пры ўмове, калі яны добра вывучаны і калі яны захоўваюцца ў належным парадку.

Гэтак сама складанне канспектаў кніг не павінна быць механічным спісваннем з кнігі, а сістэматычнай зводкай асноўнага зместу кнігі, суправаджаемага рознымі адзнакамі крытычнага ці іншага характару аб данай кнізе. Цыціраванне варта прымяняць толькі пры канспектаванні вельмі важных месц кніг, законаў, формул, добра выражаных думак, азначэнняў, вельмі трудных месц і т. п. Усё астатняе пажадана канспектаваць сваімі словамі, бо такая форма запісу актывізуе мышленне чытача і часта прыводзіць не проста да разумення, але і да далейшага развіцця думак кнігі, што з'яўляецца вельмі каштоўным, пры ўмове, калі чытач упаўне разбіраецца ў тым, што ён узяў з данай кнігі і што належыць яму (у канспекце гэта павінна быць выражана спасылкамі на крыніцы, указаннямі старонак кніг і т. п).

Да сказанага аб канспекце неабходна зрабіць заўвагу крытычнага характару. Справа ў тым, што як-бы рацыянальна не былі напісаны канспекты, яны з'яўляюцца канспектамі кніг, у кожнай з якіх пададзена многа розных пытанняў. У практычнай-жа рабоце прыходзіцца выкладаць не кнігі, а праблемы. Таму поруч з канспектамі кніг карысна весці зводныя запісы і па пэўным прадмету. Гэтыя запісы лепш за ўсё скласці на падставе праработкі шэрагу кніг і, іменна, пэўных праблем у гэтых кнігах. Матэрыялы і тэорыі гэтых праблем і складуць зводныя запісы. Практычнае карыстанне гэтымі запісамі больш зручнае, чым вялікай колькасцю канспектаў, матэрыял у іх ужо строга падабраны па тэматычным прынцыпу, што палягчае як знахаджэнне яго ў запісах, так і далейшую яго сістэматызацыю.

Што датычыцца рабочых запісаў, то галоўная іх каштоўнасць састаіць у тым, што тут можна зручна тэматычна аб'яднаць якія-небудзь рабочыя запісы-задачы, прыклады, вопыты, звяртаючы асаблівую ўвагу на методыка-тэхнічны бок у іх выкладанні, на працэс рашэння ці доказаў і т. п.

Усе тры асноўныя віды запісаў, такім чынам, канспекты, рабочыя і зводныя запісы—узаемна дапаўняюць друг друга і з'яўляюцца спецыялізаванымі кожная ў пэўным напрамку. Пры занятках па пэўным прадмету доўгі час, тым болей, пры самастойнай распрацоўцы пытанняў, гэтыя віды запісаў безумоўна неабходны.

Аднак, пры ўсёй каштоўнасці запісаў, трэба ўнікаць лішняга многапісання, перапісвання і т. п., а старацца пісаць адразу-ж начыста. Запіс адразу начыста (ці запіс блізкі да яго па форме) эканоміць многа часу, пазбаўляе ад утамляючай работы па перапісванню і спрыяе далейшай культуры нашага мышлення і сродкам яго слоўнага выражэння. Паступова той, хто работае, навучаецца пісаць і гаварыць сапраўды тое, што важна і неабходна, пазбаўляе сваіх слухачоў і самога сябе ад многаслоўя, недакладнасці паняццяў і азначэнняў, авалодвае сваім мышленнем у яго вышэйшых формах. У педагагічнай рабоце, больш чым у любой другой вобласці, наяўнасць высокай культуры разумовай работы з'яўляецца безумоўна абавязковым.

У заключэнне спынімся каротка на пытанні аб самастойнай распрацоўцы тэм. Уласна кажучы, тут рэч ідзе аб навуковай рабоце па сваёй спецыяльнасці. Выбар тэмы для навуковай работы павінен вызначацца цэлым шэрагам фактараў. Да гэтага ліку патрэбна аднесці такія, як наяўнасць высокай зацікаўленасці і ўпаўне дастатковых здольнасцей для работы па абраным пытанню, выкананасць данай тэмы пры ўліку ўмоў, у якіх будзе праходзіць распрацоўка тэмы, наяўнасць неабходнай літаратуры і кампетэнтнага кіраўніцтва з боку адпаведных спецыялістаў, наяўнасць дастатковых папярэдніх ведаў па данай тэме і магчымасць атрымання новых ведаў у працэсе распрацоўкі пытання, магчымасць унясення ў тэму момантаў яе новага арыгінальнага даследчага рашэння, аб'ектыўнае тэарытычнае ці прыкладное значэнне пастаноўкі данай тэмы і т. п. Многія з гэтых акалічнасцей высвятляюцца ўжо ў падрыхтоўчы перыяд работы (збіранне крыніц, падрыхтоўка метадычнай часткі, спецыялізацыя і дакладнае адмежаванне данага пытання). Збіранне асноўнага матэрыялу па тэме не варта рэзка адмяжоўваць ад сістэматызацыі і пісьмовага афармлення тэмы. Усе гэтыя моманты распрацоўкі тэмы павінны знаходзіцца ў складаных дынамічных суадносінах: сістэматызацыя і элементы афармлення тэмы павінны пачацца значна раней сканчэння чытання літаратуры пытання і закончанага збірання матэрыялу. Па меры фактычнай праверкі і тэарэтычнай крытыкі гіпотэз, узнікаючых у працэсе работы, выдзяляюцца найбольш бясспрэчныя палажэнні вывучаемай праблемы. Пры гэтым не варта астаўляць без увагі і ўсякага рода матэрыялы і факты, не маючыя непасрэдных і прамых адносін да вывучае-

май тэмы; у гісторыі навук, вядома, нямала выпадкаў, калі з такіх, як быццам-бы пабочных, пытанняў асноўнай тэмы ўзнікалі новыя рашэнні ці новыя пытанні, не прадугледжаныя першапачатковым планам даследвання. Што датычыцца пісьмовага афармлення тэмы, то яго лепш усяго здзейсніць па дэтальна распрацаваным плану, з падрабязным зместам і параграфізацыяй выкладання, з захаваннем усіх правіл тэхнічнага афармлення кнігі (спасылкі, заўвагі, рэзюме, абзацы і т. д.) і патрабаванняў дакладнай навуковай мовы.

Само сабою зразумела, і ўсё-ж гэта ў заключэнне трэба адзначыць, што ўсякая культура разумовай работы дасягаецца не столькі фармальным азнаямленнем з патрабаваннямі і правіламі такой работы, колькі асабістым вопытам. Паданыя тут указанні іменна і павінны быць зразумелы настаўнікам як неўнікнёныя прадпасылкі культуры разумовай работы, якія ён можа і павінен улічыць і развіць далей у практыцы сваёй хатняй і школьнай працы.

Д. П. Бачкароў.

Да пытання аб выкладанні бінома Н'ютона ў сярэдняй школе

Пры карыстанні формулай бінома Н'ютона ў вышэйшай школе назіраецца, як масавае з'явішча, адсутнасць у скончыўшых сярэднюю школу ў гэтых адносінах некаторых асноўных ведаў.

У гэтым артыкуле я звяртаю ўвагу выкладчыкаў сярэдняй школы на неабходнасць развіцця ў вучняў такіх вельмі важных звычак, як уменне рабіць запіс самой формулы бінома Н'ютона і формулы агульнага члена раскладання ў розных агульных відах.

Гэтыя пытанні мы выкладзем так, каб яны адначасова маглі-б служыць падвышэнню кваліфікацыі ў гэтым напрамку і для самога выкладчыка.

II. Аб розных агульных відах запісу формулы бінома Н'ютона

Перш за ўсё адзначым, што той альбо іншы выбар прывадзімых запісаў формулы бінома Н'ютона для вучня патрэбна рабіць у залежнасці ад матэматычнага развіцця класа.

1. Прапануем запіс раскладання па формуле Н'ютона ў агульным відзе выконваць так:

$$a)\quad (x+y)^n = x^n + C_n^1 x^{n-1} y + C_n^2 x^{n-2} y^2 + \ldots + C_n^k x^{n-k} y^k + \\ + \ldots + y^n,$$

$$b)\quad (x+y)^n = x^n + \binom{n}{1} x^{n-1} y + \binom{n}{2} x^{n-2} y^2 + \ldots + \binom{n}{k} x^{n-k} y^k + \\ + \ldots + y^n,$$

$$c)\quad (x+y)^n = \sum_{k=1}^{k=n} \binom{n}{k} x^{n-k} y^k = \sum_{k=o}^{k=n} C_n^k x^{n-k} y^k,$$

пры гэтым умоўна лічым, што

$$\binom{n}{o} = C_n^o = 1.$$

$$d)\quad (x-y)^n = x^n - C_n^1 x^{n-1} y + C_n^2 x^{n-2} y^2 - + \ldots + \\ + (-1)^k C_n^k x^{n-k} y^k + \ldots + (-1)^n y^n,$$

$$e)\quad (x-y)^n = x^n - \binom{n}{1} x^{n-1} y + \binom{n}{2} x^{n-2} y^2 - + \ldots + \\ + (-1)^k \binom{n}{k} x^{n-k} y^k + \ldots + (-1)^n y^n,$$

f) $(x-y)^n=\sum_{k=o}^{k=n}(-1)^k\binom{n}{k}x^{n-k}y^k\sum_{k=o}^{k=n}(-1)^k C_n^k x^{n-k}y^k,$

дзе ўмоўна $\binom{n}{o}=C_n^o=1$.

2. Запісы сярэдняга члена раскладання мэтазгодна даваць у такіх відах:

а) Калі ў $(x\pm y)^n$ лік n чотны, то для бінома $(x+y)^n$ сярэдні член запісваем так: $\binom{n}{\frac{n}{2}}x^{\frac{n}{2}}y^{\frac{n}{2}}$ альбо $C_n^{\frac{n}{2}}x^{\frac{n}{2}}y^{\frac{n}{2}}$, а для бінома $(x-y)^n$ будзе

$$(-1)^{\frac{n}{2}}\binom{n}{\frac{n}{2}}x^{\frac{n}{2}}y^{\frac{n}{2}} \text{ альбо } (-1)^{\frac{n}{2}}C_n^{\frac{n}{2}}x^{\frac{n}{2}}y^{\frac{n}{2}},$$

б) Калі ў $(x\pm y)^n$ лік n нячотны, то для бінома $(x+y)^n$ сярэднія члены запісваем так:

$$1)\ \binom{n}{\frac{n-1}{2}}x^{\frac{n+1}{2}}y^{\frac{n-1}{2}}, \text{ альбо } C_n^{\frac{n-1}{2}}x^{\frac{n+1}{2}}y^{\frac{n-1}{2}},$$

$$2)\ \binom{n}{\frac{n-1}{2}}x^{\frac{n-1}{2}}y^{\frac{n+1}{2}}, \text{ альбо } C_n^{\frac{n-1}{2}}x^{\frac{n-1}{2}}y^{\frac{n+1}{2}},$$

а для бінома $(x-y)^n$ будзе:

$$1)\ (-1)^{\frac{n-1}{2}}\binom{n}{\frac{n-1}{2}}x^{\frac{n+1}{2}}y^{\frac{n-1}{2}}, \text{ альбо } (-1)^{\frac{n-1}{2}}C_n^{\frac{n-1}{2}}x^{\frac{n+1}{2}}y^{\frac{n-1}{2}},$$

$$2)\ (-1)^{\frac{n+1}{2}}\binom{n}{\frac{n-1}{2}}x^{\frac{n-1}{2}}y^{\frac{n+1}{2}}, \text{ альбо } (-1)^{\frac{n+1}{2}}C_n^{\frac{n-1}{2}}x^{\frac{n-1}{2}}y^{\frac{n+1}{2}}.$$

3. Яшчэ аб адным агульным запісу формулы бінома Н'ютона.

Збіраючы члены ў раскладанні бінома Н'ютона з аднолькавымі каэфіцыентамі і выносячы пры гэтым агульныя множнікі за дужкі, можна формулу бінома Н'ютона запісваць у агульным відзе так:

а) для n чотнага

$$1)\ (x+y)^n=(x^n+y^n)+\binom{n}{1}xy(x^{n-2}+y^{n-2})+\binom{n}{2}x^2y^2(x^{n-4}+$$
$$+y^{n-4})+\ldots+\binom{n}{1}x^k y^k(x^{n-2k}+y^{n-2k})+\ldots+\binom{n}{\frac{n}{2}}x^{\frac{n}{2}}y^{\frac{n}{2}},$$

$$2)\ (x-y)^n=(x^n+y^n)-\binom{n}{1}xy(x^{n-2}+y^{n-2})+\binom{n}{2}x^2y^2(x^{n-4}+$$
$$+y^{n-4})-+\ldots-+(-1)^k\binom{n}{k}x^k y^k(x^{n-k}+y^{n-k})+\ldots+$$
$$+(-1)^{\frac{n}{2}}\binom{n}{\frac{n}{2}}x^{\frac{n}{2}}y^{\frac{n}{2}}.$$

в) Для n нячотнага:

1) $$(x+y)^n=(x^n+y^n)+\binom{n}{1}xy(x^{n-2}+y^{n-2})+$$
$$+\binom{n}{\frac{n}{2}}x^2y^2(x^{n-4}+y^{n-4})+\ldots+\binom{n}{n}x^ky^k(x^{n-2k})+$$
$$+y^{n-2k})+\ldots+\binom{n}{\frac{n-1}{2}}x^{\frac{n-1}{2}}y^{\frac{n-1}{2}}(x+y).$$

2) $$(x-y)^n=(x^n-y^n)-\binom{n}{1}xy(x^{n-2}-y^{n-2})+\binom{n}{2}x^2y^2(x^{n-4}-$$
$$-y^{n-4})-+\ldots-+(-1)^k\binom{n}{k}x^ky^k(x^{n-2k}-y^{n-2k})+\ldots+$$
$$+(-1)^{\frac{n-1}{2}}\binom{n}{\frac{n-1}{2}}x^{\frac{n-1}{2}}y^{\frac{n-1}{2}}(x-y).$$

II. Аб запісу формулы агульнага члена бінома Н'ютона

Рэкамендуем прывучаць вучняў да такіх запісаў:

1) для $(x+y)^n$ агульны член

$$T_{k+1}=\binom{n}{k}x^{n-k}y^k=C_n^k x^{n-k}y^k;$$

2) для $(x-y)^k$ агульны член

$$T_{k+1}=(-1)^k\binom{n}{k}x^{n-k}y^k=(-1)^k C_n^k x^{n-k}y^k,$$

пры гэтым лічым:

$$\binom{n}{k}=C_n^k=\frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-k+1)}{1\ 2\ 3\ \ldots\ k}.$$

Патрэбна таксама прывучаць вучняў атрымоўваць з формулы агульнага члена раскладання любы яго член, даючы літары „k“ натуральныя значэнні ад o да n уключна і пры гэтым умоўна лічыць, што $\binom{n}{o}=C_n^o=1$.

III. У заключэнне прывядзем такі просты прыём доваду тэарэмы аб роўнасці бінамінальных каэфіцыентаў членаў бінома роўна адстаячых ад пачатку і канца раскладання.

Тэарэма: Бінаміяльныя каэфіцыенты членаў роўна адстаячых ад канцоў роўны паміж сабой па абсалютнай велічыні.

Довад: Бярэм раскладанне па біному Н'ютона ў выглядзе:

$$(x+y)^n=x^n+C_n^1x^{n-1}y+C_n^2x^{n-2}y^2+\ldots+$$
$$C_n^kx^{n-k}y^k+\ldots+y^k,$$

але бясспрэчна, што $(x+y)^n=(y+x)^n$, адсюль можна напісаць раўнанне:

$$x^n+C_n^1x^{n-1}y+C_n^2x^{n-2}y^2+\ldots+C_n^kx^{n-k}y^k+\ldots+y^n=$$
$$=y^n+C_n^1y^{n-1}x+C_n^2y^{n-2}x+\ldots+C_n^ky^{n-k}x^k+\ldots+x^n,$$

каторая і даводзіць сфармуляваную вышэй тэарэму.

Дац. А. А. Штэрнаў

Аб некаторых простых спосабахназірання дыфракцыйных з'яў

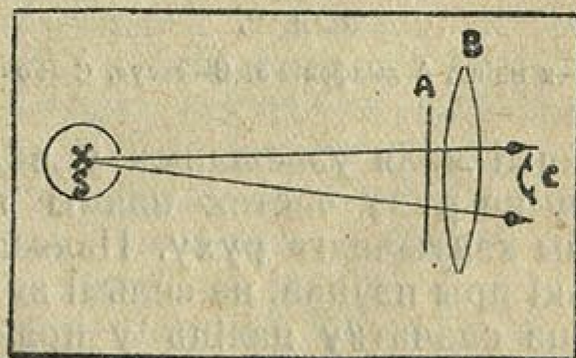
Часта скардзяцца на тое, што выкладанне элементаў хвалевай оптыкі ў курсе фізікі звязана з вялікімі цяжкасцямі з-за адсутнасці адпаведнай апаратуры для дэманстрацый. Сапраўды, аддзел хвалевай оптыкі, г. зн. інтэрферэнцыйныя, дыфракцыйныя і палярызацыйныя з'явы занадта цяжка ўспрымаюцца без раду доследаў. Так абстаіць справа ў вышэйшай школе і яшчэ вастрэй у сярэдняй школе. У апошняй пагэтаму часта становяцца на два шляхі: альбо зусім прапускаюць хвалевую оптыку, альбо абмяжоўваюцца крайне туманнымі для вучняў тлумачэннямі, не суправаджаючы іх хаця-б асноўнымі паказальнымі дэманстрацыямі. Як у тым, так і ў іншым выпадку вынік атрымоўваецца адмоўны, і вучань не атрымоўвае патрэбнага ўражання аб важным і цікавым аддзеле хвалевых з'яў.

Аднак існуе цэлы рад крайне простых доследаў, добра характарызуючых карціну з'яў і магчымых да пастаноўкі без усякай складанай апаратуры.

Укажам некаторыя з іх, якія сустракаліся ў нашай практыцы[1].

1. Дыфракцыя каля малой перашкоды

Бярэцца тонкая іголка і ставіцца перад пунктавой крыніцай святла на адлегласці аднаго ці некалькіх метраў (мал. 1). Крыніцай святла служыць звычайная электрычная лямпа, якая закрыта чорнай паперай.



Мал. 1.
S—крыніца, A—іголка, B—лупа, C—вока.

У паперы выразаецца адна ці некалькі шчылін (3-4 *мм*) для аднаго ці некалькіх назіральнікаў. Распалагаючы вока так, каб іголка знаходзілася якраз паміж вокам і крыніцаю, досыць добра за-

[1] Тут дадзены толькі доследы, якія датычацца толькі да ўласна дыфракцыі. Доследы па інтэрферэнцыі і палярызацыі будуць апісаны ў наступных №№.

ўважаюцца дыфракцыйныя палосы нават пры назіранні няўзброеным вокам. Наяўнасць лупы, пастаўленай перад вокам, значна павялічвае эфект.

2. Дыфракцыя каля кліна

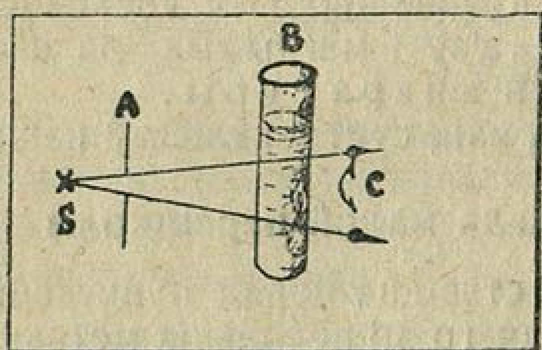
Скарыстоўваючы тую-ж установку, што і ў доследзе № 1, можна атрымаць дыфракцыйную карціну каля кліна. Для гэтага патрэбна толькі перасунуць іголку так, каб яе востры канец папаў у поле прамога святла. На мал. 1 для гэтага неабходна іголку перасунуць уніз.

3. Дыфракцыя каля малой шчыліны

Бярэцца ліст шчытнай паперы і тонкай іголкай наносіцца рад малых шчылін. Шчыліны патрэбна наносіць акуратней так, каб краі не былі махнатымі. Накіроўваючы святло ад апісанага вышэй пункта і назіраючы шчыліну простым вокам, лёгка заўважыць дыфракцыйныя плямы каля светлай плямы шчыліны.

4. Назіранне дыфракцыі з дапамогаю броунаўскіх частачак

Асабліва прыгожы малюнак атрымоўваецца ў наступнай установцы. Падрыхтоўваецца раствор ці ўзвес, для чаго можа служыць малако, крухмал, каніфоль і інш. Раствор налiваецца ў звычайную хімічную прабірку і ўстанаўліваецца ў прамым пучку святла ад пунктавой крыніцы (мал. 2). Вока назіральніка распалагаюць магчыма бліжэй к сценцы прабіркі. Тады відна яскравая паласа, падзяляючая поле зроку, а па абодва бакі ад яе (уверх і ўніз) шэраг радужных плям, адбываючыхся ад дыфракцыі каля ўзвешаных у вадкасці частак. Пры гэтым па прычыне руху частак плямы таксама знаходзяцца ў становішчы хаатычнага руху. Паказаная з'ява назіраецца яскрава толькі пры пэўнай, не вельмі вялікай канцэнтрацыі раствору. Раіцца спачатку наліць у прабірку дастаткова моцны раствор, а потым паслядоўна разбаўляць яго вадой да добрай бачнасці.



Мал. 2.
S—крыніца, A дыяфрагма, B—сасуд, C—вока

Усе паказаныя доследы трэба ставіць у цёмным пакоі. Калі такога няма, то назіранні—рабіць увечары. Асабліва добра тое, што можна назіраць аднача сова некалькім вучням, калі ў паперы каля крыніцы прарабіць некалькі шчылін. Таму дэманстрацыі не аднімаюць многа часу.

Праф. Н. А. Міхалевіч

Даследванне ўраўненняў і задач 1-й ступені

Даная работа ўяўляе сабою метадычныя ўказанні па пытанню аб даследванні задач, рашаемых пры дапамозе ўраўненняў першай ступені з адным невядомым у агульным выглядзе, г. зн. з літарнымі каэфіцыентамі.

Пры вывучэнні ўраўненняў першай ступені ў 7-ым класе і ўраўненняў другой ступені ў 8-м класе рашэнне іх павінна суправаджацца даследваннем атрыманых рэзультатаў. Аднак тады яно яшчэ не можа быць упаўне глыбокім і вычарпальным. Таму з'яўляецца мэтазгодным у заключэнне праходжання курса алгебры (як гэта і зроблена ў праграме курса сярэдняй школы) яшчэ раз вярнуцца да даследвання ўраўненняў (як да аднаго з цэнтральных і важнейшых пунктаў алгебры) у Х-м класе сярэдняй школы.

Як-жа праводзіць гэтае даследванне ўраўненняў і задач у Х-ым класе?

Даная работа і з'яўляецца кароткім адказам на гэтае пытанне ў дапамогу выкладчыку.

Прыступаючы да праходжання данага аддзелу, неабходна высвятліць вучням, што даследванне ўраўненняў і задач можа насіць ці агульны ці часны характар.

У данай рабоце мы разглядаем даследванне агульнага характару, прычым ураўненняў 1-ай ступені з адным невядомым.

Калі задача прапанована ў агульным выглядзе, г. зн. калі даныя ў задачы велічыні выражаны літарамі, то корань (ці рашэнне) ураўнення першай ступені, складзенага з умовы такой задачы, прадстаўляе сабою некаторае алгебраічнае выражэнне, якое мае ў сваім складзе гэтыя літары. Калі гэтым літарам надаваць розныя прыватныя лікавыя значэнні, то корань ураўнення можа прымаць значэнні: дадатнае, адмоўнае, нулявое, бесканечнае, неазначанае.

Што значыць—даследваць ураўненне? Даследваць ураўненне—значыць разгледзець, пры якіх значэннях літар корань ураўнення будзе дадатным, адмоўным, нулявым, бесканечным, неазначаным, і ўясніць значэнне гэтых выпадкаў для той задачы, з умоў якой ураўненне складзена.

Ігак, якую мэту мае даследванне ўраўнення ў адносінах да задачы?

Калі задача дадзена ў агульным выглядзе, г. зн. даныя ва

ўмове лікі выражаны літарамі, то даследванне рашэння (кораня) ураўнення мае на мэце высвятліць, якія значэнні трэба надаць гэтым літарам, каб задача была магчыма, а таксама—якія асаблівыя выпадкі могуць паўстаць пры яе рашэнні.

Гэту мэту пры праходжанні даследвання ўраўненняў выкладчык не павінен забываць, таму што наша задача навучыць вучняў рашаць і даследваць не толькі ўраўненні, а, галоўным чынам, канкрэтныя задачы, канкрэтныя пытанні (зразумела, што пры дапамозе рашэння і даследвання ўраўненняў).

На гэту мэту—навучыць вучняў рашаць і даследваць канкрэтныя задачы (пры дапамозе рашэння і даследвання ўраўненняў) і зварочвае ўвагу выкладчыка сярэдняй школы даная работа, бо аб даследванні канкрэтных пытанняў у нас у X класе вельмі часта нават не думаюць, а абмяжоўваюцца толькі даследваннем саміх ураўненняў.

ЛІТАРАТУРА: Кісялёў А., Алгебра, ч. II, аддз. 8, §§ 123—132.
Праф. І. І. Чысцякоў, Методыка алгебры, гл XX, §§ 83—85.

Пераходзім да выкладання зместу самой работы.

Пры даследванні задач, рашаемых пры дапамозе ўраўнення 1-ай ступені, неабходна прытрымлівацца такога парадку (гл. далей задачу 1 і 2).

1. Адносна прыватных значэнняў літар робяць наступныя дапушчэнні: прыватныя значэнні літар такія, што назоўнік кораня, г. зн. вышэйупамянутага алгебраічнага выражэння, а) дадатны, b) адмоўны, c) роўны нулю.

2. Да кожнага з гэтых дапушчэнняў адносна прыватных значэнняў літар, уваходзячых у назоўнік, далучаюць дапушчэнні адносна прыватных значэнняў літар, уваходзячых у лічнік: лічнік дадатны, адмоўны, роўны нулю. Пры гэтым патрэбна сачыць, каб дапушчэнні адносна прыватных значэнняў літар лічніка не супярэчылі зробленым раней дапушчэнням адносна прыватных значэнняў літар, уваходзячых у назоўнік. Апрача гэтага можа здарыцца так, што некаторых з вышэйпаказаных дапушчэнняў адносна знака назоўніка ці лічніка (гл. задачу 2) зрабіць нельга, таму што задача па сваёй прыродзе не дапускае такіх прыватных значэнняў літар, пры каторых назоўнік ці лічнік былі-б, напрыклад, адмоўнымі ці роўнымі нулю.

3. Уласцівасць задачы (гл. задачу 2) часам накладае на значэнні кораняў некаторыя абмежаванні. У такім разе патрэбна пераканацца, ці падпарадкоўваецца знойдзенае рашэнне гэтаму абмежаванню, ці не. У другім выпадку задача немагчыма.

4. Нарэшце, будуюць невядомае (гл. задачу 2), карыстаючыся атрыманым для яго рашэннем. Зразумела, што пабудова невядомага (кораня) можа мець месца толькі ў пытаннях геаметрыі.

Узоры даследвання даем разам з **выкладаннем** ходу даследвання, звяртаючы ўвагу выкладчыкаў на вялікае значэнне высокаякаснага выкладання сваіх думак вучням: калі вучань чотка афармляе сваю думку, то гэта значыць, што і сама думка ў яго чоткая.

Задача 1. Адна фабрыка вырабляе ў дзень a метраў сукна, а другая—b метраў. Першая фабрыка вырабіла ўжо m метраў, а другая n метраў сукна. Праз колькі дзён пасля гэтага колькасці метраў, выробленых тою і другою фабрыкамі зраўняюцца? Даследваць задачу.

Рашэнне. Выбярэм за пачатак адліку часу даны момант, калі першая фабрыка вырабіла ўжо m метраў, а другая n метраў сукна. Няхай пасля x дзён ад гэтага пачатковага моманта колькасць метраў, выробленых тою і другою фабрыкамі, зраўняюцца. Тады, на працягу x дзён першая фабрыка вырабіць ax метраў, другая — bx метраў. А ўсяго першая фабрыка паспее вырабіць $(m+ax)$, другая $(n+bx)$ метраў.

Значыць, згодна ўмове,ураўненне задачы будзе:

$$m+ax=n+bx;$$

адсюль:

$$x=\frac{n-m}{a-b}.$$

Даследванне: У залежнасці ад прыватных значэнняў літар, якія ўваходзяць у назоўнік і лічнік гэтага алгебраічнага выражэння (кораня ўраўнення), тут могуць прадставіцца наступныя пяць выпадкаў.

I. Дадатнае рашэнне x атрымліваецца тады, калі: 1) ці адначасова $a>b$ і $n>m$; ці 2) адначасова $a<b$ і $n<m$.

Наадварот: калі прыватныя значэнні літар такія, што захоўваюцца гэтыя ўмовы (залежнасці), то x дадатны.

Дадатнае рашэнне паказвае, што пры гэтых прыватных значэннях літар ($a>b$ і $n>m$; ці $a<b$ і $n<m$) паданая задача магчыма, і прама адказвае на пытанне задачы: па праходжанні пасля пачатковага моманта часу x дзён абедзве фабрыкі зраўняюцца па колькасці выробленых метраў сукна. На самай справе (разглядзім выпадак $a>b$ і $n>m$), калі $a>b$, г. зн. калі першая фабрыка паспявае ў дзень больш, чым другая, вырабіла-ж да пачатковага моманта першая фабрыка менш другой ($n>m$), то зразумела, што па праходжанню некаторага прамежку x часу пасля пачатковага

моманту абедзве фабрыкі зраўняюцца па колькасці вырабленых метраў.

Аналагічна, калі $a < b$, то для магчымасці зраўняцца для фабрык павінна быць $n < m$.

II. Адмоўнае рашэнне атрымліваецца тады, калі ці 1) адначасова $a > b$ і $n < m$; ці 2) адначасова $a < b$ і $n > m$; пры такіх часных значэннях літар x адмоўны.

Адмоўнае рашэнне можа паказваць на магчымасць і на немагчымасць задачы.

Так як у даным выпадку велічыня x, якая абазначае час „пасля" пачатковага моманта, можа быць зразумела ў двух-процілеглых разуменнях („пасля гэтага" і „да гэтага" моманту), то адмоўнае рашэнне паказвае, што задача магчыма, але толькі яна гаворыць нам, што колькасці вырабленых кожнай фабрыкай метраў былі ўжо роўны „некалькі (x) дзён таму назад".

Тое самае атрымліваем пры $a < b$ і $n > m$.

III. Нулявое рашэнне ($x = 0$)—атрымліваецца тады, калі аднячасова a не роўна b і $n = m$. На пытанне паданай задачы нулявое рашэнне дае прамы адказ, а іменна: пры рознай (a не роўна b) штодзённая вытворчасць колькасці метраў, вырабленых тою і другою фабрыкамі, роўна ў даны момант ($n = m$). На самай справе, калі ў даны момант колькасць метраў, вырабленых фабрыкамі, роўна (г. зн. калі $n = m$), а штодзённыя вытворчасці не роўны (a не роўны b), то зразумела, што роўная колькасць сукна можа быць на фабрыках толькі ў даны момант ($x = 0$).

IV. Бесканечнае рашэнне, г. зн. $x = \infty$ атрымоўваецца тады, калі аднячасова: $a = b$ і n не роўна m.

Бесканечнае рашэнне паказвае на немагчымасць задачы. На самай справе, калі $a = b$, г. зн. калі колькасці метраў, якія вырабляюцца кожнай фабрыкай у дзень, роўны (аднолькавая штодзённая вытворчасць фабрык), вырабленая-ж да данага моманту колькасць сукна не роўна (n не роўна m), то зразумела, што вырабленая колькасць сукна ніколі не можаць стаць роўнай.

Бесканечнаму рашэнню можна прыдаць яшчэ наступнае тлумачэнне. Калі мы ўявім сабе, што колькасць метраў, вырабленая кожнай фабрыкай у дзень, стане змяняцца так, што рознасць між выпрацоўкай фабрык ($a - b$) будзе набліжацца да нуля, то прамежак часу x ад данага пачатковага моманту часу да моманта, калі колькасць вырабленага кожнай фабрыкай сукна павінна зраўняцца, будзе неабмежавана ўзрастаць. Ён стане ∞, калі названая рознасць стане роўна нулю.

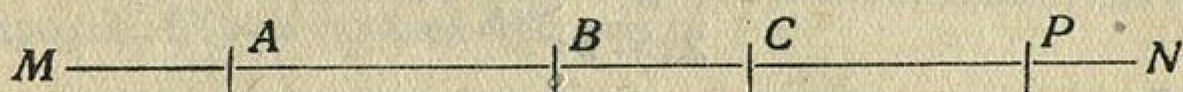
V. Неазначанае рашэнне, г. зн. $x = \frac{0}{0}$, атрымліваецца тады, калі аднячасова: $a = b$ і $n = m$. Яно паказвае, што задача неазначаная. На самай справе, калі абедзве фабрыкі штодзённа вырабляюць аднолькавую колькасць метраў

сукна ($a=b$) і ў даны момант выробленая колькасць сукна роўна ($n=m$), то па праходжанню любога прамежку часу ад данага пачатковага, г. зн. у любы момант, выробленая колькасць метраў сукна будзе роўная.

Разгледзім другую задачу, змяніўшы для рознастойнасці выкладанне ходу даследвання.

Задача 2. Тры пункты A, B і C знаходзяцца на бесканечнай прамой MN, прычым пункт B ляжыць паміж пунктамі A і C. Адрэзкі $AB=a$, $AC=b$. На прадаўжэнні AC знайсці такі пункт P, адлегласць якога ад пункта B была-б сярэднім прапарцыянальным паміж яе адлегласцямі ад пунктаў A і C.

Рашэнне. Дапусцім, што шукаемы пункт P (рыс. 1) знаходзіцца ўправа ад C. Абазначым адлегласць ад A да P праз x.



Рыс. 1.

Тады:

$$CP=x-b;\ BP=x-a.$$

Ураўненне задачы будзе:

$$\frac{x-b}{x-a}=\frac{x-a}{x}$$

адкуль:

$$x=\frac{a^2}{2a-b}.$$

Дослед. У залежнасці ад прыватных значэнняў літар тут могуць прадставіцца наступныя тры выпадкі;

I. Калі прыватныя значэнні літар такія, што $2a-b>0$, ці $2a>b$, то x дадатны, г. зн. шукаемы пункт знаходзіцца ўправа ад пункта A. Аднак, гэтае дадатнае значэнне x'а не дае адразу прамога адказу на пытанне задачы. Каб гэтае дадатнае значэнне x'а магло адказаць на пытанне задачы, неабходна, каб азначаемы ім пункт знаходзіўся ўправа ад пункта C, г. зн. неабходна, каб звыш вышэйпаказанай умовы $2a>b$, яшчэ задавальнялася абмежаванне: $x>b$, ці $\frac{a^2}{2a-b}>b$* (г. зн. $AP>AC$). Калі гэтая няроўнасць выканана, то ўправа ад C

* Аб падобным абмежаванні, накладаемым на значэнні кораняў, вышэй мы гаварылі ў пункце 3) зводных к гэтаму артыкулу ўказанняў.

існуе пункт P, задавальняючы патрабаванню задачы. Калі-ж гэтая няроўнасць не задавальняецца, то ўправа ад C такога пункта не існуе.

Дакажам, што калі існуе залежнасць $2a > b$, то будзе існаваць і залежнасць $\frac{a^2}{2a-b} > b$, г. зн. залежнасць $x > b$, якая паказвае, што дадатнае рашэнне падпарадкоўваецца паказанаму абмежаванню.

Сапраўды, калі маем: $2a > b$, то няроўнасць $\frac{a^2}{2a-b} > b$ можна прадставіць у такім выглядзе: $a^2 > b(2a-b)$ [пасля множання абодвух частак няроўнасці на дадатны лік $(2a-b)$ атрымліваем няроўнасць, такога-ж знака.] ці ў выглядзе: $a^2 - 2ab + b^2 > 0$, ці, нарэшце, $(a-b)^2 > 0$. Апошняя няроўнасць заўсёды задаволена. Значыць, калі $2a > b$ (г. зн. калі рашэнне дадатнае), то справядліва

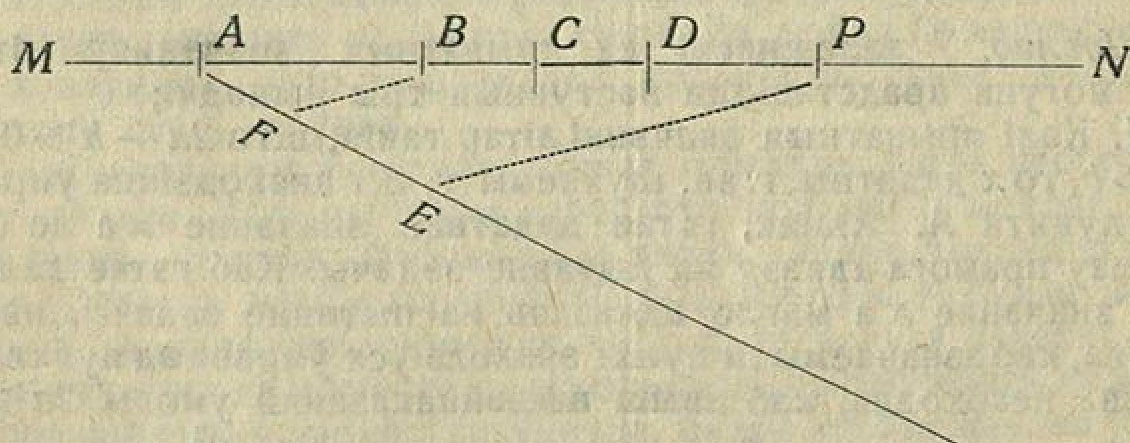
$$\frac{a^2}{2a-b} > b.$$

Такім чынам пры такіх прыватных значэннях літар, пры якіх $2a > b$; корань ураўнення $\frac{x-b}{x-a} = \frac{x-a}{x}$ дадатны і больш b, г. зн. існуе на працягу AC управа ад C пункт P, задавальняючы запатрабаванням задачы.

Пабудова формулы $x = \frac{a^2}{2a-b}$.

Прадставіўшы роўнасць $x = \frac{a^2}{2a-b}$ так: $\frac{x}{a} = \frac{a}{2a-b}$, мы лёгка заўважым, што x ёсць трэцяя прапарцыянальная з адрэзкам a і $2a-b$.

На гэтай падставе пабудову зробім так (рыс. 2).



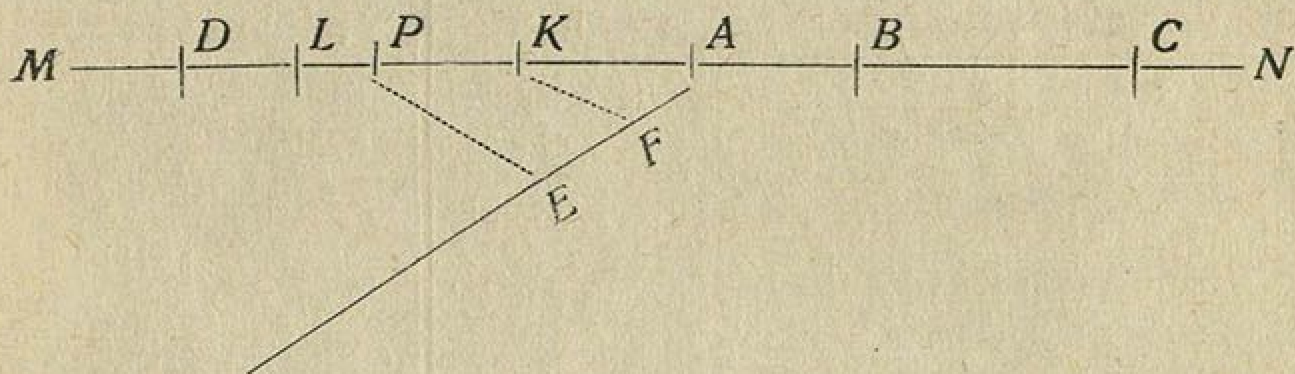
Рыс. 2.

Будзем лічыць, што на бесканечнай прамой MN дадзены пункты A, B і C, пры гэтым $AB = a$, $AC = b$. Адклаўшы ўправа ад B адрэзак, роўны a, мы атрымаем пункт D, які знахо-

дзіцца ўправа ад C, бо ў разглядаемым выпадку $2a > b$. Адрэзак $CD = 2a - b$. Правёўшы прамую AE пад адвольным вуглом да MN, адкладзем на ёй $AF = CD = 2a - b$ і $AE = a$. Злучыўшы пункты B і F, правядзем праз E прамую EP, паралельную FB. Пункт P шукаемы. І сапраўды, з падобнасці трохвугольнікаў BAF і PAE маем: $\frac{a}{2a - b} = \frac{AP}{a}$. Адсюль $AP = x = \frac{a^2}{2a - b}$.

II. Калі прыватныя значэнні літар такія, што $2a - b < 0$, альбо $2a < b$, то ў такім выпадку $x < 0$; адсюль вынікае, што шукаемы пункт знаходзіцца на працягу AC улева ад пункта A на адлегласці ад яго, роўным абсалютнаму значэнню $\frac{a^2}{2a - b}$, г. зн. на адлегласці роўнай $\frac{a^2}{b - 2a}$.

Пабудова. Дапусцім, што на бесканечнай прамой даны пункты A, B і C (рыс. 3). Адкладзем улева ад A адрэзак $AD = b$, адрэзак $AK = a$ і далей $KL = a$.



Рыс. 3.

Пункт L знаходзіцца паміж D і A, таму што ў разглядаемым выпадку $2a < b$. Адрэзак $DL = b - 2a$. Правёўшы прамую AE пад адвольным вуглом к MN, адложым на ёй $AF = DL = b - 2a$ і $AE = a$. Злучыўшы F з K і правёўшы EP паралельна FK, знойдзем пункт P, задавальняючы запатрабаванням задачы. І сапраўды з падобнасці трохвугольнікаў KAF і PAE маем:

$$\frac{a}{b - 2a} = \frac{AP}{a}, \text{ адкуль } AP = x = \frac{a^2}{b - 2a}.$$

III. Калі часныя значэнні літар такія, што $2a - b = 0$, г. зн. $2a = b$, то ў такім выпадку $x = \infty$, інакш кажучы, няма на прамой MN пункта, які задавальняў-бы запатрабаванням задачы, г. зн. пры такіх часных значэннях літар, калі $2a = b$, задача немажліва.

Гэтаму рашэнню можна прыдаць такое тлумачэнне. Пункт P будзе тым далей ад пункта A, чым бліжэй $2a$ к b, г. зн. чым бліжэй к нулю розніца $2a - b$.

Калі $2a = b$, г. зн. розніца $2a - b = 0$, то пункт B будзе на бесканечна вялікай адлегласці ад А.

Прасачым змены ў палажэнні пункта P (рыс. 2) на прамой MN пры набліжэнні розніцы $(2a - b)$ к нулю. Калі $AF = CD = 2a - b$ умяншаецца, то FB набліжаецца да саўпадзення з AB, а EP прыбліжаецца да палажэння, паралельнаму MN, з прычыны гэтага пункт P удаляецца ўправа ад пункта A. Калі $AF = CD = 2a - b$ будзе $= 0$ (што $2a = b$), то FB супадае з AB, а PE будзе паралельна MN, і такім чынам пункт іх перасячэння будзе на бесканечнасці.

Задача аб пабудове такога пункта зробіцца немажлівай.

